# PROSTAFÉRESE: SIMPLIFICAÇÃO DAS OPERAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS E LOGARÍTMICAS

**Prof. Reginaldo de Lima Pereira**
Licensiado e Bacharel em Matemática pela UFPb. Especialista em Fundamentos de Matemática pela PUC-MG. Professor Titular do CEFET-RR. .Endereço eletrônico: pereira@cefetrr.edu.br

**RESUMO**

Este artigo vem mostrar que no século XVII os matemáticos já se preocupavam com formas complicadas de cálculos que eram imprescindíveis para a época, no estudo da Astrologia e Engenharia Mercante. Mas para isto, foram desenvolvidos meios de simplificá-los através da POSTRAFÉRESE.

**PALAVRAS – CHAVE**
Cálculo. Prostaférese. Trigonometria. Logaritmo. Aprendizagem.

**ABSTRACT**

*This is article comes to show that in century XVII, the mathematicians already were preoccupied with complicated forms of calculation that were indispensable to epoch in the study of the Astrology of the Merchant Engineering. But for this, it was developed ways to simplify it through the PROSTAFÉRESE.*

**KEYWORDS**
*Calculation. Prostaférese. Trigonometry. Logarithm. Apprenticeship.*

## INTRODUÇÃO

Os fatos relatados são decorrentes de anos de experiência como Professor titular da cadeira Matemática Aplicada do Curso de Análise e Desenvolvimento de Sistemas, como também do Ensino Médio.

Durante todo esse tempo de vida acadêmica, venho observando as tendências da não absorção dos conhecimentos das fórmulas da PROSTAFÉRESE, tanto nos cursos de nível médio como nos cursos de nível superior. Por que os nossos alunos reclamam da dificuldade de compreensão no uso dessas fórmulas? Para tanto, desejo mostrar mais claramente uma forma de como essas referidas fórmulas podem ser compreendidas, de modo a obter um feedback mais rápido no tocante à aprendizagem.

O material exposto neste relato é fruto de uma pesquisa realizada ao longo dos anos, na qual venho comprovar a imensa dificuldade que os alunos ingressos na Instituição Federal CEFET-RR, através do Processo Seletivo, têm demonstrado a partir desse momento. Ao serem classificados, deparam-se com uma barreira incrível dos conteúdos de matemática apresentados nas Ementas dos cursos escolhidos por esses alunos, em especial Trigonometria e Logaritmo.

Com isso, pretendo mostrar que essas barreiras são transponíveis e que as dificuldades apresentadas poderão ser sanadas, no momento em que a responsabilidade de cada um (professor e aluno) intersecsionem-se em um só objetivo: aprender.

## PROSTAFÉRESE

A partir do século XVII, mais precisamente, o matemático John Napier[1] foi um dos impulsionadores do instrumento de cálculo LOGARÍTMOS que surgiu para realizar simplificações, uma vez que transforma MULTIPLICAÇÕES e DIVISÕES nas operações mais simples de SOMA e SUBTRAÇÃO, respectivamente. Vale salientar também, que estas simplificações já eram realizadas nas RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS, as quais relacionam PRODUTOS com SOMAS ou SUBTRAÇÕES. A estes processos mencionados, é o que chamamos de PROSTAFÉRESE.

Essa idéia surgiu pela necessidade de simplificação de cálculos com números bastante grandes, uma vez que, na época, estava muito em moda resoluções de questões relativas à navegação e à astronomia, as quais envolviam números astronômicos e o processo da PROSTAFÉRESE reduzia bastante esse cálculo.

Através de John Napier vieram os seus precursores, como BÜRGI e BRIGGS que trabalharam no intuito de melhorar as questões mais complicadas da época, como também elaboraram as Tábuas de Logaritmos e as fórmulas trigonométricas.

As identidades trigonométricas que eram utilizadas para transformar produtos em soma são:

$2.sen X.cos Y = sen(X + Y) + sen(X - Y);$
$2.cos X.sen Y = sen(X + Y) - sen(X - Y);$
$2.cos X.cos Y = cos(X + Y) + cos(X - Y);$
$2.sen X.sen Y = cos(X - Y) - cos(X + Y).$

Vejamos agora a sua demonstração:

De $sen(X + Y) = sen X.cos Y + cos X.sen Y$ e
$sen(X - Y) = sen X.cos Y - cos X.sen Y,$

somando as duas igualdades membro a membro, obtemos:

$sen(X + Y) + sen(X - Y) = 2.sen X.cos Y$

Agora, subtraindo as duas igualdades membro a membro, obtemos:
$sen(X + Y) - sen(X - Y) = 2.cos X.sen Y.$

Usando o mesmo raciocínio para as igualdades:

$cos(X + Y) = cos X.cos Y - sen X.sen Y$ e
$cos(X - Y) = cos X.cos Y + cos X.cos Y$

obtemos:

$cos(X + Y) + cos(X - Y) = 2.cosX.cosY$ e $cos(X - Y) - cos(X + Y) = 2.senX.senY$.

Analogamente, também fazemos uso da PROSTAFÉRESE nas fórmulas dos logaritmos, tais como:

$loga\ (X \cdot Y) = loga\ X + logaY$ e $loga(X / Y) = logaX - logaY$.

As demonstrações dessas duas fórmulas são de fácil compreensão e entendimento, se não vejamos:

Consideremos os seguintes logaritmos:

Para $loga\ (X \cdot Y) = loga\ X + logaY$ :

( I ) $logaX = m \Leftrightarrow am = X$ ;
( II ) $logaY = n \Leftrightarrow an = Y$ e
( III ) $loga(X \cdot Y) = p \Leftrightarrow ap = X \cdot Y$. Substituindo I e II em III obtemos:
$ap = am \cdot an \Rightarrow ap = am + n \Rightarrow p = m + n \Rightarrow loga(X \cdot Y) = logaX + logaY$.
Para $loga(X / Y) = logaX - logaY$:
( I ) $logaX = r \Leftrightarrow ar = X$ ; ( II ) $logaY = s \Leftrightarrow as = Y$ e

( III ) $loga(X / Y) = t \Leftrightarrow at = \frac{X}{Y}$.

Substituindo I e II em III obtemos:

$at = \frac{a^r}{a^s} \Rightarrow at = ar - s \Rightarrow t = r - s \Rightarrow loga(X / Y) = logaX - logaY$.

Como vimos, as fórmulas da PROSTAFÉRESE não são complicadas e como foi proposto, todas elas simplificam as operações de Produto e Quociente em operações simples de Adição e Subtração.

Na verdade, para a época, isto foi um feito muito importante, pois

trouxe muitos benefícios para o desenvolvimento da ciência, tanto para a Astronomia como para as navegações marítimas.

Com o advento das calculadoras, computadores, celulares, etc. cada vez mais sofisticados com o avanço da tecnologia de ponta, ninguém mais em sã consciência usa uma tábua de logaritmos ou uma régua de cálculo para fins computacionais. Por essa razão, o ensino dos logaritmos, como instrumento de cálculo, não é mais lecionado nos centros de ensino. Para tanto, este tópico da matemática é mais usual hoje por mero conhecimento das suas propriedades operatórias, servindo apenas de requisito básico a outros tópicos dos conteúdos ministrados em sala de aula.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, chegamos à conclusão de que para a época, foi um passo formidável dado pelos cientistas e matemáticos, conseguindo minimizar as dificuldades no uso de cálculos infinitos para utilização da navegação e astronomia. Hoje, a PROSTAFÉRESE fica no plano da pesquisa e do conhecimento da história da ciência, uma vez que os sofisticados softwer's já fazem todo o cálculo necessário sem a utilização de fórmulas complicadas para encontrar determinados resultados. Devemos salientar que foi através do aprimoramento dessas idéias que se chegou ao ponto de uma tecnologia infinitamente sofisticada, dando condições de realizar cálculos que outrora eram complicados.

Assim, do ponto de vista pedagógico, podemos dizer que a PROSTAFÉRESE contribuiu muito para o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático dando um impulso formidável na criação de facilidades práticas de cálculo e como também no desenvolvimento tecnológico.

## REFERÊNCIAS

BARROSO, Juliane Matsubara e MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática Construção e Significado**. São Paulo: Moderna, 2005.

IEZZI,Gelson. **Elementos de Matemática Elementar.** 5. ed. São Paulo: Atual, 1981.

DOLCE, Osvaldo. **Matemática para o 2º Grau**. São Paulo: Scipionne, 1998.

OGAWA, Artur Kenji. **Matemática Ciência e Aplicações**. São Paulo: Atual, 2004.

**NOTAS**

1. Jonh Napier foi um matemático Francês que desenvolveu a teoria para o cálculo dos Logaritmos, conhecido como o Pai do Logaritmo.