

MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NA ELABORAÇÃO DE QUADROS DE HORÁRIOS PARA CURSOS DE GRADUAÇÃO DO IFRR

MATHEMATICAL PROGRAMMING MODEL FOR DRAWING TIME TABLES FOR IFRR GRADUATION COURSES

Raildo Barros Rodrigues

Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Estadual Paulista
Júlio de Mesquita Filho (UNESP)
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima (IFRR)
raildo@ifrr.edu.br

Fernando Augusto Silva Marins

Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
Professor da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)
fernando.marins@unesp.br

Aneirson Francisco da Silva

Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Estadual Paulista
Júlio de Mesquita Filho (UNESP)
Professor da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP)
aneirson.silva@unesp.br

RESUMO

O *Campus* Boa Vista do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima realiza a elaboração dos horários dos cursos de graduação de forma manual, por meio de planilha eletrônica e realização de reuniões entre os gestores, o que dispense muito esforço para se encontrar uma boa solução que atenda os professores e os alunos, segundo os coordenadores de curso consultados. Assim, este trabalho teve como objetivo desenvolver um modelo de Programação Matemática que permitisse a elaboração dos horários para os cursos de graduação da unidade de ensino estudada. Utilizaram-se entrevistas com as coordenações de cursos para a obtenção das informações acerca do problema tratado, tais como restrições e prioridades a serem atendidas com a programação de aulas para professores. Essas informações serviram de base para a construção do modelo conceitual, sendo este utilizado para a elaboração do modelo matemático, que, por sua

vez, foi implementado na linguagem de alto nível GAMS® e resolvido pelo *solver* CPLEX®. Os testes do modelo foram realizados otimizando uma instância com dados reais do *campus*. Os resultados obtidos com a otimização foram satisfatórios. Foi possível encontrar uma solução ótima para a instância em tempo computacional adequado, respeitadas as restrições impostas pelas características peculiares do problema tratado.

PALAVRAS-CHAVE:

Cursos universitários. Tabela de horários. Programação linear inteira mista.
Problema de otimização combinatória.

ABSTRACT

This research deals with the development of a mathematical model for the elaboration of the timetable of graduation courses of the Federal Institute of Education, Science and Technology of Roraima, Campus Boa Vista. The institution studied in this research handles the elaboration of schedules by means of a spreadsheet and meetings between managers, which makes it difficult to find a feasible solution. Thus, this work aimed to develop a Mathematical Programming model that allowed the elaboration of the schedules for the graduation courses of the studied institution. We used interviews with the Course Coordinators to obtain information about the problem, such as constraints and priorities to be met with the programming of classes for teachers. This information was the basis for the construction of the conceptual model used to elaborate the mathematical model that was implemented in the GAMS® high level language and solved by the CPLEX® solver. The tests of the model were performed optimizing an instance with real data of the studied institution. The results obtained from the optimization were satisfactory, because it was possible to find an optimal solution for the instance in adequate computational time, observing the restrictions imposed by the peculiar characteristics of the referred problem.

KEYWORDS:

*University courses. Timetable. Mixed integer linear programming.
Combinatorial optimization problem.*

INTRODUÇÃO

Os gestores da educação enfrentam diversos problemas no dia a dia de suas instituições, por exemplo, como otimizar a alocação do orçamento ou onde alocar cada turma e quem deve ministrar as aulas (JOHNES, 2015). Ainda segundo Johnes (2015), a Pesquisa Operacional (PO) dispõe de ferramentas que podem resolver esses problemas como se identifica na literatura de PO dedicada à gestão de horários e agendamento na educação.

De fato, como apontam Babaei, Karimpour e Hadidi (2015), esses problemas podem ser caracterizados como otimização combinatória, e otimizar instâncias, mesmo de médio porte, é uma tarefa desafiadora (DORNELES; ARAÚJO; BURIOL, 2014). De acordo com Fonseca et al. (2017), os problemas de horário educacional consistem na atribuição de eventos a horários e recursos, considerando várias restrições rígidas e flexíveis.

O objeto de estudo desta pesquisa é o Campus Boa Vista do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima (CBV/IFRR), onde, de acordo com os coordenadores de curso consultados, uma das dificuldades encontradas pelos gestores da área acadêmica é planejar a distribuição de carga horária dos professores de forma compatível com as disponibilidades destes. Há dificuldades adicionais, pois alguns docentes, sobretudo os responsáveis pelas disciplinas introdutórias, lecionam em diversos cursos na unidade de ensino, o que, para os coordenadores de curso, torna o acerto de horário uma tarefa complicada e exaustiva.

O CBV/IFRR tem oito cursos de graduação na modalidade presencial. São eles: Tecnologia em Gestão Hospitalar (TGH), Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas (TADS), Tecnologia em Saneamento Ambiental (TSA), Tecnologia em Gestão de Turismo (TGT), Licenciatura em Ciências Biológicas (LCB), Licenciatura em Letras – Espanhol e Literatura Hispânica (LLELH), Licenciatura em Matemática (LM) e Licenciatura em Educação Física (LEF). Cada curso dispõe de determinado número de semestres para integralização dos créditos, um ou

mais turnos do dia em que as aulas são ministradas, número de turmas em cada disciplina e um rol de disciplinas, conforme tabela 1.

Tabela 1. Informações quantitativas sobre os cursos.

Curso	Quantidade de Semestres	Turnos	Quantidade de Turmas	Total de Disciplinas	Carga Horária Total
Gestão Hospitalar	6	Vespertino e Noturno	3	40	2.700h
Análise e Desenvolvimento de sistemas	6	Vespertino e Noturno	6	38	2.420h
Saneamento Ambiental	6	Noturno	1	46	2.445h
Gestão de Turismo	6	Noturno	4	34	1.930h
Ciências Biológicas	8	Vespertino e Noturno	4	53	3.210h
Letras Espanhol	8	Matutino e Vespertino	3	50	3.310h
Licenciatura em Matemática	8	Vespertino e Noturno	5	44	3.170h
Educação Física	8	Matutino e Vespertino	8	68	3.430h
TOTAL			34	373	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os coordenadores de curso são os responsáveis por elaborar a grade horária semestral de aulas das respectivas turmas, com a designação de professores e turnos. A sistemática adotada até o momento inclui a realização de reuniões com os professores visando à atribuição de disciplinas para cada um deles. Em seguida, cada coordenador elabora um quadro de horários para o curso sob sua responsabilidade. Na sequência, são agendadas outras reuniões para a verificação e a solução de possíveis conflitos no horário inicialmente proposto pelo coordenador.

Esse exaustivo processo de elaboração dos horários envolve variáveis como professor, disciplina, turma, turno, sala de aula, horário, restrição e preferência de horário, entre outras.

Como essa elaboração é feita atualmente de forma manual, torna-se difícil gerenciar esses fatores de maneira a evitar conflitos no horário. Assim, esse trabalho é desgastante e demorado, pois, segundo a diretora de graduação do CBV/IFRR, pode demandar até um mês para ser concluído de

maneira minimamente satisfatória, atendendo aos interesses do curso e dos professores envolvidos.

Às vezes, a construção dos horários educacionais pode ser resolvida manualmente, contudo se torna um trabalho impossível quando há um número relevante de eventos, recursos e restrições a serem considerados (FONSECA et al., 2017).

Visando identificar o grau de interesse pelo *Timetabling Problem* na comunidade científica internacional, realizou-se uma pesquisa nas bases de dados *Web of Science* (www.webofknowledge.com) e *Scopus* (www.scopus.com), no período de 2013 a 2018, cujos resultados vêm apresentados nas tabelas 2 e 3, respectivamente.

Tabela 2. Resultados de buscas na base de dados Web of Science, no período 2013-2018

PALAVRAS-CHAVE	OCORRÊNCIAS	CITAÇÕES
<i>Timetabling AND Mixed Integer Programming</i>	24	85
<i>Timetabling AND University Courses</i>	65	139
<i>Timetabling AND School</i>	68	175
<i>Timetabling AND Combinatorial Optimization</i>	36	165
<i>Timetabling AND GAMS[®]</i>	4	6

Fonte: Web of Science (2018).

Tabela 3. Resultados de buscas na base de dados Scopus, no período 2013-2018

PALAVRAS-CHAVE	OCORRÊNCIAS	CITAÇÕES
<i>Timetabling AND Mixed Integer Programming</i>	27	74
<i>Timetabling AND University Courses</i>	104	216
<i>Timetabling AND School</i>	90	226
<i>Timetabling AND Combinatorial Optimization</i>	73	298
<i>Timetabling AND GAMS[®]</i>	4	6

Fonte: Scopus (2018).

Na pesquisa, foram utilizadas combinações de palavras-chave correlatas ao tema do trabalho. O resultado foi o retorno de uma quantidade considerável de ocorrências nas bases pesquisadas, indicando que o assunto de elaboração de horários é bastante estudado, como se pode observar nas tabelas 2 e 3, com respeito às palavras-chave “*Timetabling AND Mixed Integer Programming*”, “*Timetabling AND University Courses*“, “*Timetabling AND School*” e “*Timetabling AND Combinatorial Optimization*”.

Pôde-se constatar também, em relação às palavras-chave “*Timetabling AND General Algebraic Modeling System - GAMS*®”, que houve apenas quatro publicações, com seis citações, sendo apenas uma relacionada à elaboração de horário escolar. Isso evidencia a escassez de pesquisas sobre a elaboração de horário escolar utilizando a linguagem de modelagem GAMS® , adotada na pesquisa.

Assim, pode-se afirmar que a pesquisa justifica-se por sua relevância e contribuição científica, ao apresentar um Modelo de Programação Matemática para organização de horários acadêmicos, além da contribuição prática para a unidade de ensino estudada, colaborando para reduzir o trabalho dos responsáveis por sua elaboração, o desperdício de tempo e os conflitos de horários, promovendo a satisfação para o corpo docente e os alunos.

Dado o contexto acima, procurou-se responder a esta pergunta: quais seriam as características desejáveis de um modelo matemático para a elaboração de horários e alocação de professores para as disciplinas de cursos de graduação? Estabeleceu-se como objetivo desenvolver um modelo de Programação Matemática (PM) que permitisse a elaboração de horários de cursos de graduação no CBV/IFRR. Esse objetivo teve como desdobramentos testar e otimizar um modelo de PM que possibilitasse a elaboração de horários no CBV/IFRR e avaliar o tempo computacional do modelo para resolver o problema de elaboração de horários no *campus* por meio da utilização de multinúcleos de processamento (*multithreads*).

A pesquisa buscou a construção de um modelo matemático de Pesquisa Operacional para apoiar a elaboração de horários e a alocação de professores para disciplinas de cursos de graduação (*Timetabling Problem*) do CBV/IFRR. Foi utilizada a linguagem de modelagem *General Algebraic Modeling System* (GAMS®) – www.gams.com – e o *solver* CPLEX® (www.ibm.com).

Este artigo está estruturado em mais cinco seções. A seção 2 apresenta o método e os materiais utilizados. Já na seção 3 é apresentada a fundamentação teórica com algumas considerações iniciais e a revisão de trabalhos recentes. Na seção 4, o problema é descrito e modelado matematicamente. A seção 5 apresenta os resultados computacionais da

aplicação do modelo a uma instância com dados reais. Por fim, a seção 6 apresenta as conclusões e as recomendações para futuras pesquisas, seguidas das referências.

MÉTODO DE PESQUISA

Seguindo a classificação proposta por Bertrand e Fransoo, (2002), o trabalho desenvolvido pode ser classificado como uma pesquisa aplicada com objetivos empíricos normativos que, segundo Morabito e Pureza (2012), visam gerar estratégias e políticas que melhorem uma situação atual. A abordagem do problema foi quantitativa; e o procedimento de pesquisa adotado, a modelagem e a simulação.

As etapas desenvolvidas no trabalho estão descritas a seguir:

– Identificação do Problema – Foi escolhido como objeto de estudo o CBV/IFRR. Analisou-se o processo de construção do horário acadêmico e verificou-se que, além de demandar trabalho e tempo considerável, não garantia as melhores soluções possíveis.

– Coleta de Dados – Foram utilizadas informações disponíveis no site institucional e realizadas entrevistas com a diretora-geral e os coordenadores de cursos da graduação.

– Modelagem – Foi desenvolvido um modelo matemático da PO que se adequasse ao problema da unidade estudada. Ele foi implementado em linguagem de alto nível GAMS[®] versão 23.5.2.

– Solução do Modelo – O modelo foi otimizado empregando o *solver* IBM ILOG CPLEX[®] V12.2. Foi utilizado um notebook DELL com processador Intel Core I7-6700HQ 2,60GHz, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 *Home Single Language* 64 bits.

– Validação dos Resultados – Os coordenadores de cursos foram consultados face a face sobre a validade dos resultados.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo aborda conceitos do problema pesquisado, bem como sua dificuldade computacional e métodos de solução existentes, seguidos pela descrição de trabalhos recentes realizados na área.

Considerações Iniciais

A solução para o Problema de Elaboração de Quadros de Horários Escolares (PEQHE), foco da pesquisa, requer o agendamento de eventos, como disciplinas e aulas, e recursos, como professores e salas de aula, para um determinado número de intervalos de tempo sujeitos a um conjunto de restrições rígidas e flexíveis (AHMED; ÖZCAN; KHEIRI, 2015).

As restrições rígidas devem ser satisfeitas para que seja encontrada uma solução viável. Já as restrições flexíveis são preferências; não são essenciais para a obtenção de uma solução factível, porém, quando atendidas, melhoram a solução, determinando, assim, sua qualidade (MIRHASSANI; HABIBI, 2013).

De acordo com Tripathy (1984), o problema de quadro de horários vem sendo estudado desde o fim da década de 1950 e, segundo Pinedo (2016), nos últimos cinquenta anos, um número considerável de pesquisas foi realizado nessa área, o que resultou em uma quantidade e uma variedade significativas de modelos.

Pinedo (2016) relata pesquisas de 1963, realizadas por Muth e Thompson, que focavam primariamente os aspectos computacionais de problemas de alocar recursos a tarefas (*Scheduling*). Fonseca et al. (2017) afirmam que estudos sobre otimização do tempo começaram em 1963 com o trabalho de Gotlieb (1963).

Na figura 1, observa-se que o PEQHE é uma ramificação dos Problemas de *Timetabling* em universidades. Nesse contexto, dependendo das restrições associadas a um problema específico de quadro de horários, ele pode ser considerado um problema NP-completo ou NP-difícil (PILLAY, 2013). Tanto trabalhos mais antigos, como o de Even, Itai e Shamir (1976), quanto trabalhos mais recentes, como o de Dostert, Politz e Schmitz (2016), mostram a complexidade da construção de quadros de horário escolar.

Existem diversos métodos e algoritmos que podem ser aplicados ao problema de construção de quadro de horário, tais como Algoritmos Exatos – Programação Inteira e Programação por Restrições, e Heurísticas e Metaheurísticas – Simulated Annealing, Algoritmos Genéticos, Busca Tabu,

Grasp (Procedimento de Busca Gulosa Adaptativa Aleatória), Colônia de Abelhas, e Abordagens Híbridas, entre outros (PILLAY, 2013).

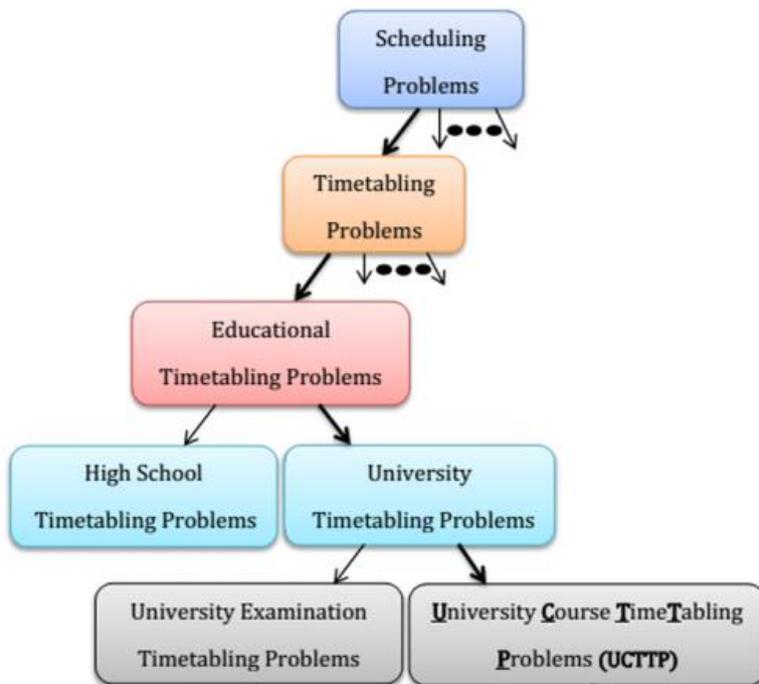


Figura 1. Diagrama do Problema de Horário de Curso Universitário.

Fonte: Babaei, Karimpour e Hadidi (2015).

Revisão de Trabalhos Recentes

Dorneles, Araújo e Buriol (2014) apresentaram uma nova abordagem para resolver uma variante do problema de horário escolar. Usando três tipos diferentes de decomposição (classe, professor e dia), elaboraram um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) e uma heurística de correção e otimização combinada com um método *Variable Neighborhood Descent* (VND). A abordagem dos autores forneceu soluções viáveis de alta qualidade em um menor tempo computacional quando comparado com resultados obtidos com o *solver* do CPLEX®. Além disso,

encontraram melhorias em soluções conhecidas na literatura, em 7 dos 12 casos testados.

Domenech e Lusa (2015), para resolverem o problema de atribuição de professores para o Departamento de Gestão na Escola de Engenharia Industrial de Barcelona, na *Universitat Politècnica de Catalunya*, Espanha, desenvolveram um modelo de PLIM. O modelo desenvolvido é comprovadamente adequado para muitas situações, sendo útil para departamentos com solicitações semelhantes, e pode ser usado em situações que envolvam até 40 professores, obtendo soluções aceitáveis em um tempo de cálculo reduzido.

Marmolejo et al. (2016) desenvolveram um modelo da PM implementado em uma planilha para resolver o problema de alocação de professores, horários e salas de aula. Esses autores aplicaram com sucesso o modelo na Faculdade de Engenharia da Universidade Anahuac, no México, e geraram uma alocação que maximizou o número de aulas atribuídas.

Heitmann e Brüggemann (2013) estudaram a programação de estudantes para a Escola de Ciências Econômicas e Sociais da Universidade de Hamburg, Alemanha. Os autores formularam um modelo de PLIM com as principais restrições de designação e apresentaram uma nova abordagem em que os estudantes podem especificar individualmente suas preferências para classes e grupos. O problema estudado foi modelado em GAMS[®] e utilizado o CPLEX[®] como otimizador. Os autores relatam que a abordagem utilizada foi bem-sucedida e que o problema pode ser resolvido em tempo operacional.

Kristiansen, Sørensen e Stidsen (2014) descreveram um método baseado em um modelo de PLIM. Ele é capaz de lidar com instâncias no formato *eXtended Markup Language for High School Timetabling* (XHSTT). Esse formato é baseado na *eXtensible Markup Language* (XML) e seu objetivo é servir como linguagem de referência para o problema de horário escolar (POST; AHMADI; DASKALAKI, 2012). Os autores apresentaram o primeiro método exato para instâncias de horário do ensino médio utilizando o formato XHSTT. O método aproveita a estrutura da função objetivo do XHSTT, e, nos testes realizados, os autores conseguiram produzir 2 novas

soluções ótimas, comprovar a otimização de 4 soluções anteriormente conhecidas e obter novos limites inferiores não triviais para outras 11 instâncias, além de encontrar novas soluções mais conhecidas em 9 casos.

Na formulação proposta por Kristiansen, Sørensen e Stidsen (2014), que foi projetada de forma compatível com qualquer instância XHSTT, os autores propuseram algumas desigualdades válidas e uma formulação baseada em fluxo prolongado para XHSTT, produzindo uma formulação melhorada. Eles obtiveram melhora no relaxamento linear da formulação por meio dos cortes propostos, levando a uma redução média de 32% de diferença. Em um dos testes realizados, a formulação proposta forneceu 4 novos limites inferiores e 11 novos limites superiores.

Em resumo, a partir destes trabalhos, recentemente publicados, é possível perceber que alguns autores utilizaram métodos heurísticos juntamente com a PLIM para melhorar a solução, conseguindo obter soluções satisfatórias para suas instâncias. Observou-se também, nos trabalhos pesquisados, que poucos utilizaram GAMS[®] como linguagem de modelagem, bem como se constatou que a PLIM é uma das técnicas que vêm sendo mais aplicadas ao PEQHE. Adicionalmente, notou-se que alguns autores buscam desenvolver soluções utilizando o formato padrão XHSTT, o que pode indicar uma nova tendência de pesquisa na área.

No próximo capítulo, será apresentado o PEQHE do CBV/IFRR, para o qual foi desenvolvido e testado um novo modelo de PM.

DESCRIÇÃO E MODELAGEM DO PROBLEMA

Essa seção aborda inicialmente o escopo do PEQHE do CBV/IFRR. Em seguida, apresenta o modelo matemático e, na sequência, relata a análise dos resultados de sua aplicação utilizando dados da unidade de ensino.

Informações sobre o Problema

O CBV/IFRR tem 8 cursos de graduação presenciais, sendo 4 de tecnologia e 4 de licenciatura. Os cursos têm um total de 34 turmas, sendo, no semestre 2018.1, 5 matutinas, 15 vespertinas e 14 noturnas, e contam com

um total de 233 disciplinas a serem alocadas nesse semestre. Além disso, para o semestre 2018.1, foram designados 81 professores, entre os da graduação e os do ensino médio, para ministrarem aula para os cursos de graduação.

Todas as disciplinas têm aulas geminadas. Sendo assim, considera-se no problema que uma aula dispõe de carga horária de duas horas. As aulas podem ocorrer de segunda a sábado para todos os cursos, sendo que o sábado é utilizado para completar a carga horária, e as aulas, nesse dia, devem ocorrer no turno da manhã. O horário, para o turno da manhã, é das 7h30 às 9h30 e das 9h50 às 11h50; para o da tarde, das 13h30 às 15h30 e das 15h50 às 17h50; e, para o da noite, das 18h30 às 20h20 e das 20h40 às 22h30.

O semestre letivo deve ser planejado para o período de 20 semanas. A alocação de salas de aula é realizada por um setor específico da unidade de ensino e não foi considerada na pesquisa.

A carga horária dos professores deve respeitar a Resolução n.º 116 do Conselho Superior do IFRR, de 14 de fevereiro de 2013, que regula o regime de trabalho dos docentes.

Foram obtidas as informações do problema que serviram de base para o modelo conceitual desenvolvido e, logo após, elaborou-se a modelagem matemática. As restrições do problema são apresentadas no quadro 1, no qual o prefixo HC representa as restrições rígidas, e SC as restrições flexíveis. Assim, tem-se as seguintes restrições:

Modelo de Programação Matemática na Elaboração de Quadros de Horários para Cursos de Graduação do IFRR

Quadro 1 – Restrições rígidas e flexíveis

Restrição	Descrição
HC01	Poderá ocorrer uma disciplina por vez para uma turma.
HC02	Um professor poderá ministrar uma disciplina por vez.
HC03	As disciplinas, de segunda a sexta, deverão ser alocadas no mesmo turno da turma à qual pertencem
HC04	As aulas no sábado deverão ocorrer pela manhã.
HC05	A carga horária semestral da disciplina deverá ser cumprida.
HC06	Um professor não poderá ultrapassar sua carga horária semanal máxima.
HC07	Um professor poderá ser alocado somente nos horários em que estiver disponível.
HC08	Aulas não poderão ser alocadas em dias feriados.
HC09	As disciplinas não deverão ser alocadas em dias consecutivos para uma turma.
SC01	Um professor deverá cumprir sua carga horária semanal mínima.
SC02	As disciplinas devem ocorrer no mesmo dia e horário.
SC03	Atender as preferências de horários dos professores.
SC04	Alocar o mínimo de aulas aos sábados.
SC05	A carga horária semanal da disciplina deverá ser cumprida.
SC06	Disciplinas consideradas difíceis não deverão ser alocadas consecutivamente.
SC07	Evitar aulas consecutivas de um professor para uma turma.
SC08	Alocar as disciplinas de estágio no fim do semestre.

Fonte: Produção dos autores.

Modelo Proposto

Na sequência, apresentam-se os índices, os parâmetros, as variáveis, a função objetivo e as restrições do modelo matemático desenvolvido para o PEQHE do CBV/IFRR.

Índices

G	Turmas, $g \in G$, $G = \{1, 2, \dots, 34\}$;
p	Professores, $p \in P$, $P = \{1, 2, \dots, 81\}$;
d	Disciplinas, $d \in D$, $D = \{1, 2, \dots, 233\}$;
s	Semanas, $s \in S$, $S = \{s1, s2, \dots, s20\}$;

t	Turnos, $t \in T$,	$T = \{\text{matutino, vespertino, noturno}\};$
h	Horários, $h \in H$,	$H = \{h1, h2\};$
j	Dias, $j \in J$,	$J = \{\text{seg, ter, qua, qui, sex, sab}\}.$

Parâmetros

DG_{dg}	Matriz binária que informa qual disciplina d faz parte da turma g ;
DP_{dp}	Matriz binária que informa qual disciplina d é ministrada pelo professor p ;
GT_{gt}	Matriz binária que informa qual turma g pertence ao turno t ;
CH_d	Carga horária semanal da disciplina d ;
CHS_d	Carga horária semestral da disciplina d ;
$CMIN_p$	Carga horária semanal mínima do professor p ;
$CMAx_p$	Carga horária semanal máxima do professor p ;
DD_d	Disciplina d considerada difícil;
DE_d	Disciplina de estágio d ;
F_{sj}	Matriz binária que informa se em determinada semana s o dia j é feriado;
$DISP_{pthj}$	Matriz binária que informa se um professor p tem disponibilidade em um turno t , horário h de um dia j ;
$PREF_{pthj}$	Matriz binária que informa se um professor p tem preferência por um turno t , horário h de um dia j .

Variáveis de decisão

X_{dsthj}	Variável binária que indica se a disciplina d será alocada em uma semana s , turno t , horário h e dia j ;
C_{gpstj}	Variável de utilidade na alocação de aulas consecutivas de um professor para uma turma;
E_{gstj}	Variável de utilidade na alocação de disciplinas consideradas difíceis para uma turma;
K_{ds}	Variável utilizada para armazenar a carga horária semanal remanescente da disciplina d na semana s .

Variáveis auxiliares

- Y_{dsthj} Variável binária de utilidade na alocação das disciplinas em um mesmo dia e horário ao longo do semestre;
- A_{gdsj} Variável de utilidade na não alocação de uma disciplina em dias consecutivos para uma turma;
- L_p Variável utilizada para flexibilizar a carga horária mínima semanal do professor p por haver semanas em que ele não ministrará aula.

Função objetivo

$$\begin{aligned} \text{Min} & - \sum_{d \in D} \sum_{p \in P} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} X_{dsthj} \text{PREF}_{pjth} DP_{dp} + \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j=6} X_{dsthj} + \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} K_{ds} \\ & + \sum_{g \in G} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} E_{gstj} + \sum_{g \in G} \sum_{p \in P} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} C_{gpstj} - \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} X_{dsthj} DE_{ds} \quad (1) \end{aligned}$$

A função objetivo, modelada pela equação 1, buscou maximizar as restrições flexíveis SC03 e SC08 e minimizar as restrições SC04, SC05, SC06 e SC07. Observa-se que, sendo a função objetivo uma função de minimização, os termos que se buscou maximizar receberam um sinal negativo.

Restrições

– A equação 2 modela a restrição HC01 e evita que as disciplinas d e d' de uma turma g ocorram ao mesmo tempo:

$$\sum_{d \in D} X_{dsthj} DG_{dg} \leq 1 \quad \forall g \in G, s \in S, t \in T, h \in H, j \in J \quad (2)$$

– A equação 3 modela a restrição HC02 e evita que as disciplinas d e d' que um professor p ministra sejam alocadas no mesmo horário:

$$\sum_{d \in D} X_{dsthj} DP_{dp} \leq 1 \quad \forall p \in P, s \in S, t \in T, h \in H, j \in J \quad (3)$$

– A equação 4 modela a restrição HC03 e garante que uma disciplina d seja alocada, de segunda a sexta, no mesmo turno da turma à qual pertence :

$$X_{dsthj} \leq \sum_{g \in G} DG_{dg} GT_{gt} \quad \forall d \in D, s \in S, t \in T, h \in H, j \in \{1, \dots, 5\} \quad (4)$$

– A equação 5 modela a restrição HC04 e evita que uma disciplina d seja alocada nos turnos da tarde e da noite no sábado:

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \sum_{h \in H} X_{dsthj} = 0 \quad \forall t \in \{2,3\}, j \in \{6\} \quad (5)$$

– A equação 6 modela a restrição HC05 e garante que a carga horária semestral de uma disciplina d seja cumprida:

$$\sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} X_{dsthj} = CHS_d \quad \forall d \in D \quad (6)$$

– A equação 7 modela a restrição HC06 e evita que um professor p ministre mais aulas que sua carga horária semanal máxima:

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} X_{dsthj} DP_{dp} \leq CMAX_p \quad \forall p \in P, s \in S \quad (7)$$

– A equação 8 modela a restrição HC07 e evita que um professor p seja alocado em horários em que não estiver disponível:

$$X_{dsthj} \leq \sum_{p \in P} DISP_{pthj} DP_{dp} \quad \forall d \in D, s \in S, t \in T, h \in H, j \in J \quad (8)$$

– A equação 9 modela a restrição HC08 e evita que uma disciplina d seja alocada em um dia feriado:

$$X_{dsthj} \leq F_{sj} \quad \forall d \in D, s \in S, t \in T, h \in H, j \in J \quad (9)$$

– As equações 10 e 11 modelam a restrição HC09 e são empregadas para que uma disciplina não seja alocada em dias consecutivos para uma turma. A equação 10 faz uso da variável auxiliar A_{gdsj} , calculada pela equação 10 por meio de uma restrição de implicação:

$$A_{gdsj} \geq X_{dsthj} DG_{dg} \quad \forall g \in G, d \in D, s \in S, t \in T, h \in H, j \in J \quad (10)$$

$$A_{gdsj} + A_{gds(j+1)} \leq 1 \quad \forall g \in G, d \in D : d \neq DE_d, s \in S, j \in J : j < 6 \quad (11)$$

– A equação 12 modela a restrição SC01 e é utilizada para que o professor p cumpra sua carga horária mínima semanal, sendo flexibilizada pela variável

L_p , porque há casos, como no fim do semestre, em que há semanas em que o professor não ministrará aula:

$$\sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} X_{dsthj} DP_{dp} \geq CMIN_p + L_p \quad \forall p \in P, s \in S \quad (12)$$

– A equação 13 modela a restrição SC02 e é utilizada para que a disciplina d cumpra sua carga horária semanal, sendo flexibilizada pela variável K_{ds} , porque em semanas com dias feriados, por exemplo, algumas disciplinas não terão sua carga horária semanal satisfeita:

$$\sum_{s \in S} \sum_{t \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in J} X_{dsthj} = CH_d + K_{ds} \quad \forall d \in D, s \in S \quad (13)$$

– As equações 14 e 15 modelam a restrição SC03 e procuram fixar uma disciplina d em um determinado horário h e dia j ao longo do período letivo com o intuito de deixar o horário uniforme ao longo do semestre. A equação 15 faz uso da variável auxiliar Y_{dshj} , calculada pela equação 14 por meio de uma restrição de implicação:

$$Y_{dshj} \geq X_{dsthj} - X_{d(s-1)thj} \quad \forall d \in D, s \in S: s > 1, t \in T, h \in H, j \in J \quad (14)$$

$$\sum_{s \in S: s > 1} Y_{dshj} + X_{d1thj} \leq 1 \quad \forall d \in D, t \in T, h \in H, j \in J \quad (15)$$

– A equação 16 modela a restrição SC04 e evita que um professor seja alocado em horários consecutivos para uma turma:

$$\sum_{d \in D: d \ni DE_d} \sum_{h \in H} X_{dsthj} DP_{dp} DG_{dg} - C_{gpstj} \leq 2 \quad \forall g \in G, p \in P, s \in S, t \in T, j \in J \quad (16)$$

– A equação 17 modela a restrição SC05 e evita que disciplinas consideradas difíceis sejam alocadas consecutivamente para uma turma:

$$\sum_{d \in D} \sum_{h \in H} X_{dsthj} DD_d DG_{dg} - E_{gstj} \leq 2 \quad \forall g \in G, s \in S, t \in T, j \in J \quad (17)$$

– A equação 18 indica as variáveis binárias:

$$X_{dsthj}, Y_{dshj} \in \{0,1\} \quad \forall d \in D, s \in S, t \in T, h \in H, j \in J \quad (18)$$

– A equação 19 indica as variáveis não negativas:

$$K_{ds} \geq 0 \quad \forall d \in D, s \in S \quad (19)$$

RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Como instância teste, utilizaram-se os dados dos cursos tecnológicos referentes ao período letivo 2018.1. Nesse período, foram utilizados 43 professores para ministrar 93 disciplinas para 14 turmas. Foram considerados 6 dias da semana (segunda, terça, quarta, quinta, sexta e sábado), 3 turnos (matutino, vespertino e noturno), 2 horários (1.º e 2.º), em que cada horário equivale a duas horas de aula, conforme apresentado na tabela 4, e 20 semanas para o período letivo (15/2/2018 a 25/6/2018).

Tabela 4. Representação dos intervalos num determinado dia.

Turno	Horário	Intervalo
Matutino	1.º	7h30 a 9h30
	2.º	9h50 a 11h50
Vespertino	1.º	13h30 a 15h30
	2.º	15h50 a 17h50
Noturno	1.º	18h30 a 20h20
	2.º	20h40 a 22h30

Fonte: Elaborada pelos autores.

Devido à forma utilizada para modelar o problema, as disciplinas que estão em mais de uma turma são diferenciadas acrescentando ao final de sua sigla letras de A a Z, a fim de que, se uma disciplina estiver em mais de uma turma, ela tenha um nome diferenciado para cada turma.

A instância foi otimizada e sua solução ótima foi encontrada em tempo computacional, 42 minutos e 50 segundos. Na tabela 5, observam-se as estatísticas do modelo para a instância utilizada. As equações e as variáveis únicas contam as linhas e as colunas individuais no problema gerado, respectivamente. A entrada com elementos não zero refere-se ao número de coeficientes diferentes de zero na matriz de problemas.

Ao final da execução, o resultado foi exportado pelo GAMS® em formato de planilha eletrônica. Desenvolveu-se uma planilha macro-Excel (ilustrada na figura 2) para proporcionar aos coordenadores de curso

Modelo de Programação Matemática na Elaboração de Quadros de Horários para Cursos de Graduação do IFRR

envolvidos uma melhor visão e interpretação dos resultados obtidos na programação das aulas.

Tabela 5. Estatísticas do modelo.

Descrição	Quantidade	Descrição	Quantidade
Equações	17	Variáveis únicas	493.273
Variáveis	8	Variáveis discretas	88.164
Elementos não zero	2.698.237	Iterações	599.678
Equações únicas	1.619.796		

Fonte: Elaborada pelos autores.

A figura 2 ilustra o horário gerado para a turma 34411. Ele contém os dias da semana (segunda a sábado), com dois horários cada dia, representando a primeira e a segunda aula para a turma. As aulas estão distribuídas nas semanas do período letivo. As disciplinas alocadas são diferenciadas com cores diferentes, sendo que a cor cinza representa um dia feriado.

A figura 3 apresenta o horário da turma 34411 elaborado pelos gestores para o período 2018.1. Para verificar a validade do modelo, comparam-se seus resultados com dados históricos do problema (MORABITO; PUREZA, 2012). Portanto, analisando o horário obtido pela otimização, figura 2, e comparando com o elaborado pelos gestores, figura 3, observa-se primeiramente que, no elaborado pelos gestores, as disciplinas são distribuídas uniformemente, entretanto não há garantia de que essa alocação seja a melhor possível.

		34411																				
Dia	Horário	SEM 1	SEM 2	SEM 3	SEM 4	SEM 5	SEM 6	SEM 7	SEM 8	SEM 9	SEM 10	SEM 11	SEM 12	SEM 13	SEM 14	SEM 15	SEM 16	SEM 17	SEM 18	SEM 19	SEM 20	
Segunda	1		TB	TB	TB	TB	TB	TB	QA	QA	QA	BAS	BAS									
	2		PI(A)	PI(A)	QA	QA	TB	TB	TB	TB	BAS	BAS	BAS	BAS								
Terça	1		QA	QA	BAS	BAS	BAS	BAS	MAI	MAI	MAI	MAI		AL(B)	ICC	ICC						
	2		QA	QA	QA	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	MAI		AL(B)	AL(B)	AL(B)	FI	FI	FI	FI	FI
Quarta	1		AL(B)	AL(B)	AL(B)	QA	QA	QA	PI(A)	PI(A)	PI(A)	TB	TB	TB	TB	TB	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI
	2		TB	TB	TB	TB	QA	QA	QA	QA	QA	PI(A)	PI(A)	MAI	MAI							
Quinta	1		PI(A)	ICC	QA	QA	QA	QA	QA			TB	TB	TB	TB							
	2		PI(A)	PI(A)	PI(A)	FI	FI	FI	FI	FI	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	QA	QA		AL(B)	TB	TB	TB
Sexta	1		MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI		AL(B)	AL(B)	AL(B)	TB	TB	TB	PI(A)	PI(A)	PI(A)	PI(A)	QA	QA	
	2		TB	FI	MAI	MAI	MAI	MAI		AL(B)	AL(B)	AL(B)	AL(B)	AL(B)	PI(A)	PI(A)	PI(A)	PI(A)	QA	QA		
Sábado	1					FI	FI	FI		MAI			QA		BAS					AL(B)	AL(B)	
	2					PI(A)	PI(A)			MAI			ICC	ICC	ICC	ICC	TB		FI			

Figura 2 – Quadro de horários gerado pela otimização. Fonte: Produção do próprio autor.

Cabe ressaltar que, para se estabelecer um modelo de PM, não existem técnicas precisas, pois o modelo pode ser melhorado com a prática e a observação (MARINS, 2011). Contudo, pode-se afirmar que o modelo proposto representa adequadamente o PEQHE do CBV/IFRR, uma vez que, para os dados levantados, descreveu adequadamente o comportamento do sistema real (MORABITO; PUREZA, 2012).

Dia/Hora		FEVEREIRO					MARÇO					ABRIL					MAIO					JUNHO					JULHO							
Segunda	18:30																																	
	20:20	ENC	FED	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA	OA				
	20:40			BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS				
	22:30			BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS				
Terça	18:30						FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI													
	20:20	ENC	FED	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI	FI				
	20:40			PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI				
	22:30			PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI	PI				
Quarta	18:30						7	14	21	28	7	14	21	28	4	11	18	25	2	9	16	23	30											
	20:20	ENC	FED	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB	TB				
	20:40			MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI				
	22:30			MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI				
Quinta	18:30						1	8	15	22	1	8	15	22	3	10	17	24	3	10	17	24	31											
	20:20	ENC	FED	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS	BAS					
	20:40			MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI					
	22:30			MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI	MAI					
Sexta	18:30						2	9	16	23	2	9	16	23	6	13	20	27	4	11	18	25												
	20:20	ENC	FED	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL					
	20:40			AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL					
	22:30			AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL	AL					
Sábado	07:30						3	10	17	24	3	10	17	24	31	7	14	21	28	5	12	19	26											
	09:30			OA		BAS	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	OA	BAS	TB										
	09:50			OA		BAS	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	OA	BAS	TB										
	11:50			OA		BAS	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	AL	OA	TB	OA	BAS	TB										

Figura 3 – Quadro de horários da turma 34411. Fonte: www.ifrr.edu.br.

A fim de testar o tempo de execução do modelo elaborado variando a quantidade de núcleos de processamento, utilizaram-se os dados do curso TADS como instância (ver figura 4).

Observam-se, na figura 4, os tempos de solução de acordo com a quantidade de threads de processamento utilizados. Comparando-se o uso de até oito threads de processamento para resolução da instância, verificou-se que, com cinco, se obteve o menor tempo de execução, 39,13 segundos, ou seja, nem sempre a maior quantidade de threads de processamento disponíveis em um computador oferece um menor tempo de execução.

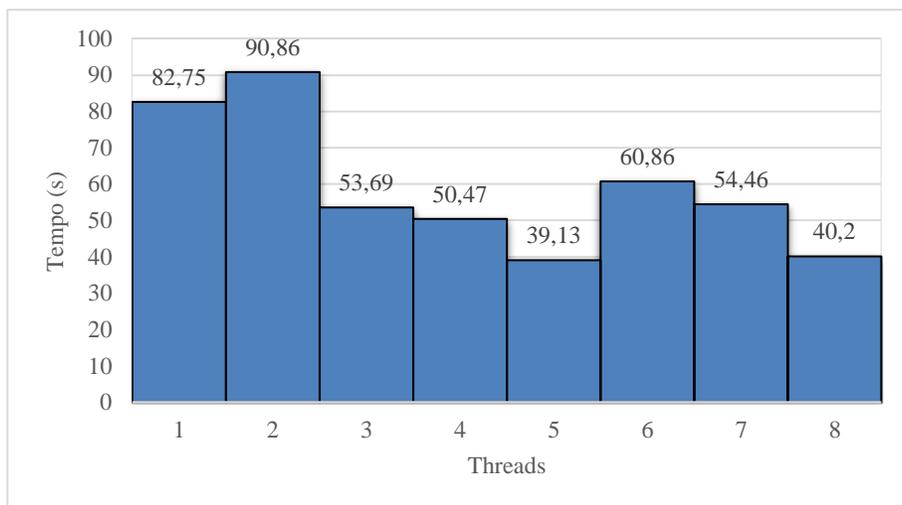


Figura 4. Tempos computacionais para a resolução em função da quantidade de núcleos de processamento. Fonte: Produção do próprio autor.

Koch et al. (2011) obtiveram resultados semelhantes ao otimizarem uma instância utilizando o *solver* Gurobi em uma máquina com 32 *threads*. Eles observaram que o modelo foi executado mais rapidamente com a utilização de 24 *threads*. Koch, Ralphs e Shinano (2012) explicam que essa execução mais rápida com menos *threads* pode estar relacionada a um número reduzido de chamadas heurísticas por *thread* e que ela pode ocorrer devido a diferenças na alocação de memória e melhor uso do *cache* com *multithreads*. Além disso, os autores observam que a utilização de *multithreads* parece bem promissora.

CONCLUSÕES

Esta pesquisa objetivou a elaboração de um modelo matemático baseado em PLIM para o PEQHE do *Campus* Boa Vista do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima (CBV/IFRR). Durante o estudo, procurou-se responder quais seriam as características desejáveis de um modelo matemático para a elaboração de horários e a alocação de professores para disciplinas de cursos de graduação da unidade de ensino.

Traçou-se o objetivo de desenvolver um modelo de PM que permitisse a elaboração do quadro de horários do *campus*. Procurou-se otimizá-lo e avaliar a influência no tempo de resolução quando se varia a quantidade de núcleos de processamento do *solver* CPLEX[®].

Assim, nesse contexto, inicialmente foi elaborado o modelo conceitual do problema de acordo com as informações coletadas no site e por meio de entrevistas com os gestores da unidade do IFRR e, em seguida, construiu-se um modelo matemático de PLIM, incluindo os aspectos, as restrições e as prioridades estabelecidas pelos coordenadores de cursos, de forma que o modelo fosse fidedigno com relação ao problema real.

Ao se otimizar o modelo, observou-se que os quadros de horários obtidos respeitaram todas as restrições impostas, evitando conflitos de horários e atendendo às preferências relacionadas aos professores e às disciplinas, segundo as informações obtidas. A desvantagem encontrada para o modelo foi gerar horários menos uniformes que os elaborados manualmente, mas, em contrapartida, obtiveram-se soluções ótimas para o conjunto de restrições impostas ao modelo, ou seja, o modelo desenvolvido representou bem a realidade do PEQHE do CBV/IFRR.

Quanto ao tempo de execução, considerando as configurações da máquina utilizada para os testes e variando a quantidade de núcleos de processamento do CPLEX[®] usados para otimizar o modelo, verificou-se que, com cinco núcleos, foi possível obter o menor tempo de execução, indicando que nem sempre o uso de maior número de núcleos de processamento de uma máquina é mais interessante computacionalmente.

As características desejáveis de um modelo matemático para o PEQHE do CBV/IFRR foram encontradas e escritas na forma de modelo conceitual, conforme apresenta o capítulo 4 deste artigo, em que se pode observar características consideradas fundamentais, como as restrições HC01, HC02, HC05, HC07, HC08, e características propícias para a unidade de ensino, como as restrições HC03, HC04, HC06, HC09, SC01, SC02, SC03, SC04, SC05, SC06, SC07, SC08, que produzem soluções satisfatórias para os cursos de graduação.

Este trabalho foi desenvolvido utilizando uma abordagem de otimização da PO, mas pode servir de base para a resolução do PEQHE do CBV/IFRR empregando heurísticas e metaheurísticas a fim de obter resultados satisfatórios, embora não ótimos, em menor tempo de execução, se necessário.

Nas pesquisas realizadas neste trabalho, não foram identificados modelos que apresentassem a programação de horários para mais de uma semana. Portanto, este trabalho contribui para a área de programação de horários com a modelagem de um problema que considera todo o período letivo de aulas e não apenas uma semana, como encontrado comumente na literatura.

Como pesquisas futuras, recomenda-se a aplicação de heurísticas e metaheurísticas para o problema a fim de obter resultados satisfatórios de maneira mais rápida. Recomenda-se também criar restrições de uniformidade mais robustas para melhorar a distribuição das disciplinas e utilizar o *SolverStudio*, que é um suplemento gratuito para o Excel que tem suporte no GAMS[®] e integração com o *NEOS Server*, que é um projeto que dispõe de estrutura para resolver problemas de otimização numérica de forma gratuita.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho resultou de um estudo de pós-graduação apoiado pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Roraima (IFRR) por meio de convênio realizado com a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp). O autor é muito grato pelo apoio da instituição e dos coautores, que contribuíram significativamente para o desenvolvimento da pesquisa.

REFERÊNCIAS

AHMED, L.N.; ÖZCAN, E.; KHEIRI, A. Solving high school timetabling problems worldwide using selection hyper-heuristics. **Expert Systems with Applications**, v. 42, n. 13, p. 5463-5471, 2015. Disponível em:

<<http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2015.02.059>>. Acesso em: 27 jan. 2018.

BABAEI, H.; KARIMPOUR, J.; HADIDI, A. A survey of approaches for university course timetabling problem. **Computers and Industrial Engineering**, v. 86, p. 43-59, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2014.11.010>>. Acesso em: 20 fev. 2018.

BERTRAND, J.W.M.; FRANSOO, J.C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/01443570210414338>>. Acesso em: 10 nov. 2018.

DOMENECH, B.; LUSA, A. A MILP model for the teacher assignment problem considering teachers' preferences. **European Journal of Operational Research**, v. 249, n. 3, p. 1153-1160, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.08.057>>. Acesso em: 3 jan. 2018.

DORNELES, Á.P.; DE ARAÚJO, O.C.B.; BURIOL, L.S.A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers and Operations Research**, v. 52, p. 29-38, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.023>>. Acesso em: 9 jan. 2018.

DOSTERT, M.; POLITZ, A.; SCHMITZ, H. A complexity analysis and an algorithmic approach to student sectioning in existing timetables. **Journal of Scheduling**, v. 19, n. 3, p. 285-293, 2016. Springer US. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10951-015-0424-2>>. Acesso em: 28 mar. 2018.

EVEN, S.; ITAI, A.; SHAMIR, A. On the complexity of timetable and multicommodity flow problems. **SIAM Journal on Computing**, v. 5, n. 4, p. 691-703, 1976. Disponível em: <<https://search.proquest.com/docview/918506217?accountid=8112>>. Acesso em: 20 fev. 2018.

FONSECA, G.H.; SANTOS, H.G.; CARRANO, E.G.; STIDSEN, T.J. Integer programming techniques for educational timetabling. **European Journal of Operational Research**, v. 262, n. 1, p. 28-39, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.05.010>>. Acesso em: 10 nov. 2018.

em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2017.03.020>>. Acesso em: 15 mar. 2018.

GOTLIEB, C.C. The construction of class-teacher timetables. In: POPPLEWELL CONFERENCE, 1963, Amsterdam. **Anais...** Amsterdam, 1963.

HEITMANN, H.; BRÜGGEMANN, W. Preference-based assignment of university students to multiple teaching groups. **OR Spectrum**, v. 36, n. 3, p. 607-629, 2013. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s00291-013-0332-9>>. Acesso em: 18 abr. 2018.

JOHNES, J. Operational research in education. **European Journal of Operational Research**, v. 243, n. 3, p. 683-696, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.043>>. Acesso em: 20 fev. 2018.

KOCH, T. et al. MIPLIB 2010: Mixed integer programming library version 5. **Mathematical Programming Computation**, v. 3, n. 2, p. 103-163, 2011.

KOCH, T.; RALPHS, T.; SHINANO, Y. Could we use a million cores to solve an integer program? **Mathematical Methods of Operations Research**, v. 76, n. 1, p. 67-93, 2012.

KRISTIANSEN, S.; SØRENSEN, M.; STIDSEN, T.R. Integer programming for the generalized high school timetabling problem. **Journal of Scheduling**, v. 18, n. 4, p. 377-392, 2014. Springer US. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s10951-014-0405-x>>. Acesso em: 15 mar. 2018.

MARINS, F.A.S. **Introdução à pesquisa operacional**. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora, 2011.

MARMOLEJO, J. A. et al. Development of a tool for university timetabling using an integrated spreadsheet. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PRACTICE AND THEORY OF AUTO-MATED TIMETABLING. 11., 2016, Huixquilucan. **Proceedings...** Huixquilucan, 2016.

MIRHASSANI, S.A.; HABIBI, F. Solution approaches to the course

timetabling problem. **Artificial Intelligence Review**, v. 39, n. 2, p. 133-149, 2013.

MORABITO, R.M.; PUREZA, V. Modelagem e simulação. In: MIGUEL, P. A. C. (Org.). **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações**. 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. p. 168-198.

PILLAY, N. A survey of school timetabling research. **Annals of Operations Research**, v. 218, n. 1, p. 261-293, 2013.

PINEDO, M. L. **Scheduling**. 5.ed. New York: Springer, 2016.

POST, G.; AHMADI, S.; DASKALAKI, S.; et al. An XML format for benchmarks in high school timetabling. **Annals of Operations Research**, v. 194, n. 1, p. 385-397, 2012.

SCOPUS. **Resultados de buscas na base de dados Scopus, no período 2013-2018**. Disponível em: <<http://www.scopus.com>>. Acesso em: 19 mar. 2018.

TRIPATHY, A. School timetabling: a case in large binary integer linear programming. **Management Science**, v. 30, n. 12, p. 1473-1489, 1984.

WEB OF SCIENCE. **Resultados de buscas na base de dados Web of Science, no período 2013-2018**. Disponível em: <<http://www.webofknowledge.com>>. Acesso em: 19 mar. 2018.